NOM : ....
PRÉNOM : ....
NUMÉRO Candidat(e) : ....

CONCOURS EIGSI LA ROCHELLE
Formation d'ingénieur généraliste par la voie de l'apprentissage

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES
Sujet 0
DURÉE : 1h30

CONSIGNES SPÉCIFIQUES

Lisez attentivement les consignes afin de vous placer dans les meilleures conditions de réussite de cette épreuve.

Cette épreuve comporte 60 questions, numérotées de 1 à 60.

Les 15 premières questions (numérotées de 1 à 15) portent sur des connaissances mathématiques considérées comme faisant partie du socle fondamental de la formation d'ingénieur généraliste EIGSI.

Pour obtenir la note maximale, vous devez impérativement répondre aux 15 premières questions numérotées de 1 à 15 et répondre à 30 questions parmi les suivantes numérotées de 16 à 60.

Si vous traitez plus de 30 questions parmi les questions numérotées 16 à 60, seules les 30 premières parmi celles-ci seront prises en compte.

Aucun brouillon n'est distribué. Les espaces blancs de ce sujet peuvent être utilisés à l'usage de brouillon.

L'usage de la calculatrice ou de tout autre appareil électronique (connecté ou non) est interdit.

Aucun document autre que ce sujet et sa grille réponse n'est autorisé.

Barème :
Une seule réponse exacte par question. Afin d'éliminer les stratégies de réponses au hasard, **chaque réponse exacte est gratifiée de 3 points,** tandis que **chaque réponse fausse est pénalisée par le retrait d'1 point.**

Question 1 On considère le polynôme suivant

$$P(z) = 3z^2 - 2z + 1.$$

Si on note z_1 et z_2 les racines de P, que vaut le produit $z_1 z_2$?

A. $z_1 z_2 = \frac{1}{3}$

B. $z_1 z_2 = 1$

C. $z_1 z_2 = -\frac{1}{3}$

D. $z_1 z_2 = -1$

Question 2 Calculer le déterminant de la matrice suivante :

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

A. $\det(A) = 2$

B. $\det(A) = 0$

C. $\det(A) = 1$

D. $\det(A) = -1$

Question 3 On considère l'application réelle suivante :

$$f: \begin{array}{ccc} \mathbb{R} & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & \cos(x^2) \end{array}$$

La dérivée de f a pour expression :

A. $x^2 \cos(x^2)$

B. $2x \sin(x^2)$

C. $-2x \sin(x^2)$

D. $-2 \sin(x^2)$

Question 4 On considère l'équation sur $\mathbb{R}$ suivante :

$$\cos(x) = \frac{\pi}{2}.$$

Laquelle de ces affirmations est juste

A. $x = 1$

B. $x = 0$

C. L'équation n'a pas de solution.

D. L'équation a une infinité de solutions.

Question 5 On suppose que $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite géométrique réelle de raison -1 et telle que $u_0 = 2$. Que vaut u_{10} ?

A. $u_{10} = -2$

B. $u_{10} = 10$

C. $u_{10} = 2$

D. $u_{10} = -8$

Question 6 On considère l'équation différentielle suivante

$$y' = y + 1.$$

Donner la forme générale des solutions définies sur $\mathbb{R}$.

A. $Ce^x + 1,\ C \in \mathbb{R}$

B. $Ce^x - 1, C \in \mathbb{R}$

C. $e^x + C - 1,\ C \in \mathbb{R}$

D. $e^x + C,\ C \in \mathbb{R}$

Question 7 On considère l'application réelle suivante :

$$f: \begin{array}{ccc} \mathbb{R} & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & xe^{-x} \end{array}$$

Sur $\mathbb{R}$, les primitives de f ont pour forme :

A. $(-1-x)e^{-x}+C,\ C \in \mathbb{R}$

B. $e^{-x}+C,\ C \in \mathbb{R}$

C. $(1-x)e^{-x}+C,\ C \in \mathbb{R}$

D. $xe^{-x}+C,\ C \in \mathbb{R}$

Question 8 On considère le nombre complexe suivant :

$$z = -3 - 3i,$$

alors z peut aussi s'écrire comme :

A. $z = 9e^{-i3\pi/4}$

B. $z = 18e^{i\pi/4}$

C. $z = \sqrt{6}e^{-i\pi/4}$

D. $z = 3\sqrt{2}e^{i5\pi/4}$

Question 9 On considère le système linéaire suivant :

$$\begin{cases} x & + & y & + & z & = & 3 \\ x & - & y & + & z & = & 1 \\ x & + & y & - & z & = & 1 \end{cases}$$

Ce système a :

A. une infinité de solutions.

B. une seule solution qui est : $(x, y, z) = (2, 2, -1)$.

C. aucune solution.

D. une seule solution qui est : $(x, y, z) = (1, 1, 1)$.

Question 10 On considère les deux vecteurs de $\mathbb{R}^3$ suivants :

$$v_1 = (1, 1, 1),\ v_2 = (1, 2, 2).$$

Le produit vectoriel de v_1 avec v_2 vaut :

A. $(1, 0, -1)$

B. 5

C. $(0, -1, 1)$

D. 0

Question 11 On considère la matrice suivante :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Laquelle de ces affirmations est vraie ?

A. A est inversible et le coefficient de la première ligne, première colonne de A^{-1} vaut -1.

B. A n'est pas inversible.

C. A est inversible et le coefficient de la première ligne, première colonne de A^{-1} vaut 1.

D. A est inversible et le coefficient de la première ligne, première colonne de A^{-1} vaut $-1/3$.

Question 12 On considère la fonction réelle, à variable réelle définie par :

$$f(x) = \ln(x^2 - 5x + 6).$$

Le domaine de définition de f est :

A. $]3, +\infty[$

B. $]0, 2[\cup]3, +\infty[$

C. $]-\infty, 2[\cup]3, +\infty[$

D. $]2, 3[$

Question 13 On considère les deux matrices suivantes :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \ B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Le calcul de $AB - BA$:

A. donne une matrice non nulle et inversible

B. donne une matrice non nulle et non inversible

C. n'a pas de sens

D. donne une matrice nulle

Question 14 L'expression trigonométrique $\cos^2(x) - \sin^2(x)$ peut également s'écrire :

A. $\frac{1}{2}\cos(2x)$

B. 1

C. $\cos(2x)$

D. $\frac{1}{2}$

Question 15 On considère les deux matrices suivantes :

$$A = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ et } B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Le produit AB est :

A. la matrice $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

B. mal défini

C. est la matrice à une ligne et une colonne (1)

D. est la matrice colonne $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

Question 16 On considère l'équation suivante avec $(x, y) \in \mathbb{R}^2$:

$$\frac{\partial}{\partial x} e^{xy^2} + \frac{\partial}{\partial y} e^{xy^2} = -x^2 e^{xy^2}.$$

L'ensemble des solutions de cette équation représente

A. la réunion de deux droites sécantes

B. une droite

C. un cercle

D. une ellipse

Question 17 Dans le plan orthonormé (Oxy) d'unité de longueur mesurée en centimètre, on considère la surface délimitée par l'axe (Ox), le graphe d'équation $y = 1 + x$, et le graphe d'équation $y = (1 - x)^3$. L'aire de la surface ainsi délimitée vaut en cm^2 :

A. $\frac{3}{2}$

B. $\frac{5}{6}$

C. $\frac{3}{4}$

D. $\frac{5}{4}$

Question 18 Une puce se déplace sur une règle graduée, elle peut se déplacer d'un centimètre vers la droite, ou d'un centimètre vers la gauche. La probabilité qu'elle se déplace d'un centimètre vers la droite est de $\frac{1}{3}$, et la probabilité qu'elle se déplace d'un centimètre vers la gauche est de $\frac{2}{3}$. Les sauts sont supposés indépendants. Quelle est la probabilité qu'au bout de 4 sauts la puce soit revenue à son point de départ ?

A. $\frac{4}{81}$

B. $\frac{8}{27}$

C. $\frac{3}{8}$

D. $\frac{1}{16}$

Question 19 On considère l'ensemble de vecteurs de $\mathbb{R}^4$ suivant :

$$E = \{(1, -1, 1, -1); (1, 1, 1, 1); (2, 0, 2, 0); (0, 1, 0, 1)\}.$$

On considère un ensemble F consitué de vecteurs de E qui sont deux à deux ortogonaux. Au maximum, combien de vecteurs peut contenir un tel ensemble ?

A. il n'est pas possible de construire une tel ensemble, le nombre maximum de vecteur est donc nul

B. le nombre maximum vaut 1

C. le nombre maximum vaut 2

D. le nombre maximum vaut 3

Question 20 On considère l'application suivante :

$$f: \begin{array}{ccc} \mathbb{R}\times\mathbb{R} & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ (x,y) & \longmapsto & \sin(xy) \end{array}$$

La différentielle de f a pour expression :

A. $df(x,y) = (y\cos(xy) + x\cos(xy))dxdy$.

B. $df(x,y) = y\cos(xy) + x\cos(xy)$.

C. $df(x,y) = y\cos(xy)dx + x\cos(xy)dy$.

D. $df(x,y) = y\cos(y)dx + x\cos(x)dy$.

Question 21 On considère l'équation suivante d'inconnue réelle x :

$$\det \begin{pmatrix} 2-x & 1 & 1 \\ 1 & 2-x & 1 \\ 1 & 1 & 2-x \end{pmatrix} = 0$$

L'ensemble des solutions de cette équation est :

A. $\{2\}$

B. $\{2; 4\}$

C. $\{1\}$

D. $\{1; 4\}$

Question 22 Quelle est la valeur de l'intégrale suivante ?

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin(x)}{\sqrt{1+\cos(x)}}dx$$

A. $2\sqrt{2}-2$

B. $\sqrt{2}-1$

C. $2-2\sqrt{2}$

D. $1-\sqrt{2}$

Question 23 On considère le nombre complexe suivant :

$$z = \frac{(1+i)^5}{(1-i)^3}.$$

Un argument θ de z est :

A. $\theta = \frac{\pi}{2}$

B. $\theta = \frac{\pi}{4}$

C. $\theta = \pi$

D. $\theta = 0$

Question 24 Le nombre complexe $1 + 3i$ admet deux racines complexes. Les parties réelles de ces racines sont :

A. $\frac{3}{\sqrt{2}}$ et $-\frac{3}{\sqrt{2}}$

B. $\sqrt{\frac{1+\sqrt{10}}{2}}$ et $-\sqrt{\frac{1+\sqrt{10}}{2}}$

C. 1 et -1

D. 3 et -3

Question 25 On note $\mathcal{C}$ la courbe représentative dans un repère orthonormé (Oxy) de la fonction définie par l'équation

$$y = (x+3)^2.$$

Si on fait subir à $\mathcal{C}$ une symétrie d'axe (Ox), le graphe obtenu a pour équation :

A. $y = \frac{1}{(x+3)^2}$

B. $y = -(x+3)^2$

C. $y = (-x+3)^2$

D. $y = -(-x+3)^2$

Question 26 Une sage femme estime à 10 minutes l'écart de temps entre la naissance de deux jumeaux. Si on suppose que l'heure de naissance du premier jumeau suit une loi de probabilité uniforme sur une journée, la probabilité p que les deux jumeaux naissent deux jours différents est :

A. $\frac{1}{10} < p$

B. $\frac{1}{100} < p \leq \frac{1}{10}$

C. $\frac{1}{100} < p \leq \frac{1}{10}$

D. $p \leq \frac{1}{100}$

Question 27 Une étudiante a passé 4 examens de mathématiques notés sur 20. Elle a obtenu les notes suivantes :

$$13, 15, 19, 17.$$

La variance de ses notes vaut :

A. $\sqrt{5}$

B. 4

C. 16

D. 5

Question 28 On considère l'application suivante

$$f: \begin{array}{rcl}]2,+\infty[& \longrightarrow & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & \frac{1}{(x-1)(x-2)} \end{array}$$

et on note F l'expression d'une de ses primitives. Laquelle de ces affirmations est vraie :

A. $\lim\limits_{x \to +\infty} F(x) = -\infty$

B. $\lim\limits_{x \to +\infty} F(x) = 1$

C. $\lim\limits_{x \to +\infty} F(x) = +\infty$

D. $\lim\limits_{x \to +\infty} F(x)$ est un réel qui dépend de la constante d'intégration.

Question 29 On considère le système réel suivant

$$\begin{cases} mx & + & y & + & z & = & 3 \\ x & + & my & + & z & = & 3 \\ x & + & y & - & z & = & -3 \end{cases}$$

Pour quelle(s) valeur(s) de $m \in \mathbb{R}$, ce système a une infinité de solutions ?

A. $m = 1$

B. $m \in \mathbb{R} \backslash \{1\}$

C. $m \in \{1, -3\}$

D. $m = -3$

Question 30 On considère deux variables aléatoires X et Y suivant chacune une loi de Bernouilli de probabilité $\frac{1}{2}$. On suppose en outre que

$$P(X = 0|Y = 1) = \frac{1}{3}.$$

Quelle est la probabilité de lévènement $XY = 1$?

A. $\frac{1}{6}$

B. $\frac{1}{4}$

C. $\frac{1}{3}$

D. 0

Question 31 On considère le nombre complexe suivant où $\theta \in \mathbb{R}$:

$$\frac{e^{i\theta} + e^{-i\theta}}{2}.$$

Ce nombre est

A. $\cos(\theta)$

B. $\sin(\theta)$

C. un imaginaire pur

D. e^{θ}

Question 32 On considère l'équation différentielle suivante :

$$y'' + y = 0.$$

Notons f une solution de cette équation qui vérifie $f(0) = 0$, alors

A. si f n'est pas la fonction nulle, elle admet une limite finie en $+\infty$

B. f ne peut pas être la fonction nulle

C. si f n'est pas la fonction nulle, elle n'admet pas de limite en $+\infty$

D. f est la fonction nulle

Question 33 Pour $x \in]0, +\infty[$, on pose la fonction

$$f(x) = e^{\ln(x)+1} - \ln(e^x + 1).$$

Que vaut $\lim_{x \to +\infty} f(x)$?

A. $+\infty$

B. 0

C. e

D. $-\infty$

Question 34 On considère l'équation différentielle suivante

$$\begin{cases} y' + 2y = x \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

Si on note f la solution de ce problème, que vaut $f(1)$?

A. $\frac{1}{4}e^{-2} + \frac{1}{4}$

B. $\frac{1}{4}e^{-2} + \frac{1}{2}e^{2} - \frac{1}{4}e^{2}$

C. $\frac{1}{4}e^{-2} + \frac{1}{2}e^{2} - \frac{1}{4}e^{-2}$

D. 0

Question 35 On tire sur un élastique de longueur initiale 1cm. On estime qu'à chaque fois qu'on étire l'élastique d'un centimètre supplémentaire, la probabilité que l'élastique se casse est de $1/6$. Quelle est la probabilité que l'élastique se casse au moment d'atteindre les 6 cm ?

A. $\frac{5^4}{6^5}$

B. $\binom{6}{5}\frac{5^5}{6^6}$

C. $\binom{5}{4}\frac{5^4}{6^5}$

D. $\frac{5^4}{6^6}$

Question 36 On considère l'application suivante

$$f : \begin{array}{rcl} \mathbb{R} & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & \sin\left(\exp\left(\cos(x)\right)\right) \end{array}$$

Une expression de sa dérivée est

A. $f'(x) = -\sin(x)\sin\left(\exp\left(\cos(x)\right)\right)$

B. $f'(x) = \cos(x)\exp\left(\cos(x)\right)\cos\left(\exp\left(\cos(x)\right)\right)$

C. $f'(x) = -\sin(x)\exp\left(\cos(x)\right)\cos\left(\exp\left(\cos(x)\right)\right)$

D. $f'(x) = -\sin(x)\cos\left(\exp\left(\cos(x)\right)\right)$

Question 37 On considère le polynôme suivant

$$X^4 + 2X^3 - 2X^2 - 6X + 5$$

Ce polynôme a

A. quatre racines réelles distinctes

B. une racine réelle de multiplicité 2 et deux racines complexes

C. une racine réelle de multiplicité 3 et une racine réelle simple

D. une racine de multiplicité 4

Question 38 Soient X une variable alétoire de loi normale $\mathcal{N}(0,\sigma)$ et c un réel strictement positif. La probabilité $P(X \geq c)$ est aussi égale à :

A. 0

B. $\frac{1}{2} - \frac{1}{2}P(-c \leq X \leq c)$

C. $\frac{1}{2} - \frac{1}{2}P(X \leq c)$

D. $1 - \frac{1}{2}P(X \leq c)$

Question 39 L'expression trigonométrique $\cos(x)\sin^2(x)$ peut également s'écrire :

A. $\frac{1}{4}\cos(x) - \frac{1}{4}\cos(3x)$

B. $\frac{1}{4}\cos(3x)$

C. $\frac{1}{4}\cos(x) + \frac{1}{4}\cos(3x)$

D. $\frac{1}{4}\cos(x) - \frac{1}{4}\cos(2x)$

Question 40 Le nombre complexe suivant :

$$1 + e^{i2\pi/5} + e^{i4\pi/5} + e^{i6\pi/5} + e^{i8\pi/5}$$

est :

A. de module 1

B. un réel non nul

C. le nombre complexe nul

D. un imaginaire pur

Question 41 On considère les trois points du plan suivants :

$$A(1;5),\ B(5;17),\ C(0;7)$$

Laquelle de ces affirmations est vraie

A. ces points appartiennent à la droite d'équation $y = -2x + 7$

B. ces points appartiennent à la droite d'équation $y = 2x + 7$

C. ces points appartiennent à la droite d'équation $y = 3x + 2$

D. ces points ne sont pas alignés

Question 42 Une équation cartésienne du plan passant par le point de coordonnées $(2, 2, 2)$ et orthogonal au vecteur $(1, 1, 1)$ est :

A. $2x + 2y + 2z - 6 = 0$

B. $x + y + z - 6 = 0$

C. $2x + 2y + 2z + 6 = 0$

D. $x + y + z + 6 = 0$

Question 43 Un accident au niveau d'une centrale nucléaire a entraîné la pollution au Tritium d'une nappe phréatique de concentration $1600Bq/L$ (concentration en Becquerel par litre d'eau). On évalue à 12 ans le temps de demi-vie du Tritium (autrement dit, il faut 12 ans pour que la concentration soit divisée par 2). Si l'eau est stagnante, au bout de combien d'années la concentration aura atteint le seuil de qualité de $100Bq/L$?

A. 60 ans

B. 24 ans

C. 36 ans

D. 48 ans

Question 44 On dispose d'un jeu composé de 4 gobelets sous l'un desquels est cachée une boule au hasard par un maître du jeu. Le but du jeu consiste à deviner où est la boule.
Un joueur désigne un gobelet, puis le maître du jeu retourne au hasard parmi les gobelets non désignés, un gobelet ne contenant pas la boule. Il propose au joueur de retourner le gobelet choisi, ou d'en choisir un autre. Que vaut-il mieux faire ?

A. Il vaut mieux changer de gobelet car la probabilité que la boule soit sous un autre gobelet est de $3/4$.

B. Il vaut mieux changer de gobelet car la probabilité que la boule soit sous un autre gobelet est de $2/3$.

C. Peu importe, la probabilité de gagner est la même que l'on modifie son choix de gobelet ou non.

D. Il vaut mieux garder son choix initial car la probabilité que la boule soit sous le gobelet désigné initialement et de $2/3$.

Question 45 Soit C un réel strictement positif. On considère l'équation suivante d'inconnue $x \in]0, +\infty[$:

$$\ln(Cx) = x$$

Pour quelles valeurs de C cette équation admet-elle plusieurs solutions ?

A. $C \in]0, e]$

B. $C \in]e, +\infty[$

C. $C \in]0, e[$

D. $C \in [e, +\infty[$

Question 46 On note I la matrice identité de $A \in \mathcal{M}_{3,3}(\mathbb{R})$, et on considère une matrice carrée $A \in \mathcal{M}_{3,3}(\mathbb{R})$ qui vérifie la relation suivante :

$$I + A + A^2 + A^3 = 0$$

Une seule de ces affirmations est vraie, laquelle ?

A. $A = 0$

B. $A = I$

C. A est inversible d'inverse $-I - A - A^2$

D. A n'est pas inversible

Question 47 Soient A et B deux évènements indépendants. On note $\overline{A}$ l'évènement contraire de A. Est-ce que $\overline{A}$ et B sont des évènements indépendants ?

A. Seulement quand $P(A \cup B) = 1$

B. Non, jamais.

C. Seulement quand $P(A \cap B) = 0$

D. Oui, toujours.

Question 48 Samira et Alice choisissent un nombre au hasard entre 1 et 100. Quel est la probabilité qu'un des deux nombres choisi soit le cube de l'autre ?

A. $4/10000$

B. $3/10000$

C. $6/10000$

D. $7/10000$

Question 49 Soient a et b deux réels avec $a \neq 1$. On considère une suite réelle $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ vérifiant la relation de récurrence :

$$\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = au_n + b.$$

Si on définit la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ par

$$\forall n \in \mathbb{N}, v_n = u_n - \frac{b}{1-a},$$

cette suite est

A. géométrique de raison $-\frac{b}{1-a}$

B. géométrique de raison a

C. arithmétique de raison $-\frac{b}{1-a}$

D. arithmétique de raison a

Question 50 On considère les plans $\mathcal{P}$ et $\mathcal{P}'$ les deux plans d'équations cartésiennes suivantes :

$$\mathcal{P}:\ x+y+z+1=0$$

$$\mathcal{P}':\ x+2y-z+2=0$$

On s'intéresse à l'intersection de ces deux plans.

A. L'intersection est vide.

B. L'intersection est une droite d'équation $y=-\frac{2}{3}x-1$.

C. L'intersection est une droite d'équation paramétrique $\begin{cases} x=5t \\ y=-3t+1 \\ z=-2t \end{cases}$, $t\in\mathbb{R}$.

D. L'intersection est une droite d'équation paramétrique $\begin{cases} x=-3t \\ y=2t-1 \\ z=t \end{cases}$, $t\in\mathbb{R}$.

Question 51 On considère la suite $(I_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie de la manière suivante :

$$\forall n \in \mathbb{N},\ I_n = \int_0^1 x^n e^x dx.$$

$(I_n)_{n\in\mathbb{N}}$ vérifie l'une des relations de récurrence suivantes, laquelle ?

A. $I_{n+1} = nI_n$

B. $I_{n+1} = e + nI_n$

C. $I_{n+1} = e - (n+1)I_n$

D. $I_{n+1} = e - nI_n$

Question 52 On considère $\mathcal{C}$ le graphe du plan (Oxy), d'équation :

$$y = \sin(x).$$

En faisant subir à $\mathcal{C}$ une translation de $+\frac{\pi}{2}$ le long de l'axe (Ox), puis une symétrie d'axe (Ox), une équation du graphe obtenu a pour forme :

A. $y = -\cos(x)$

B. $y = \cos(x)$

C. $y = -\sin(x)$

D. $y = \sin(x)$

Question 53 On considère la suite $(I_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par

$$\forall n \in \mathbb{N},\ I_n = \int_0^1 \frac{x^n}{1+x} dx.$$

Laquelle de ces affirmations est vraie :

A. $(I_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est croissante et a une limite finie.

B. $(I_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est croissante et n'a pas de limite finie.

C. $(I_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est décroissante et a une limite finie.

D. $(I_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est décroissante et n'a pas de limite finie

Question 54 On considère la fonction réelle suivante :

$$f(x) = \ln\left(x^3 - 6x^2 + 11x - 6\right).$$

Quel est le domaine de définition de la fonction f ?

A. $]0, 1[\cup]3, +\infty[$

B. $]1, 2[\cup]3, +\infty[$

C. $]0, 1[\cup]2, +\infty[$

D. $]0, 1[\cup]2, 3[$

Question 55 Pour $a \in]-\pi, \pi[$, une de ces affirmations est fausse, laquelle ?

A. $\tan(2a) = \frac{\sin(2a)}{\cos(2a)}$

B. $\tan(2a) = \frac{2\sin(a)\cos(a)}{\cos^2(a)-\sin^2(a)}$

C. $\tan(2a) = \frac{\sin(2a)}{1+2\sin^2(a)}$

D. $\tan(2a) = \frac{2\tan(a)}{1-\tan^2(a)}$

Question 56 On note $\mathcal{C}$ la courbe représentative de la fonction d'équation :

$$y = e^x,$$

et on note D_a la tangente à $\mathcal{C}$ au point d'abscisse $a \in \mathbb{R}$. Pour quelle(s) valeur(s) de a, la droite D_a passe par l'origine des axes ?

A. $a = 0$

B. $a = 0$ et $a = 1$

C. $a = 1$

D. $a = 0$ et $a = -1$

Question 57 Que vaut

$$\lim_{n \to +\infty} n^{1/n} \ ?$$

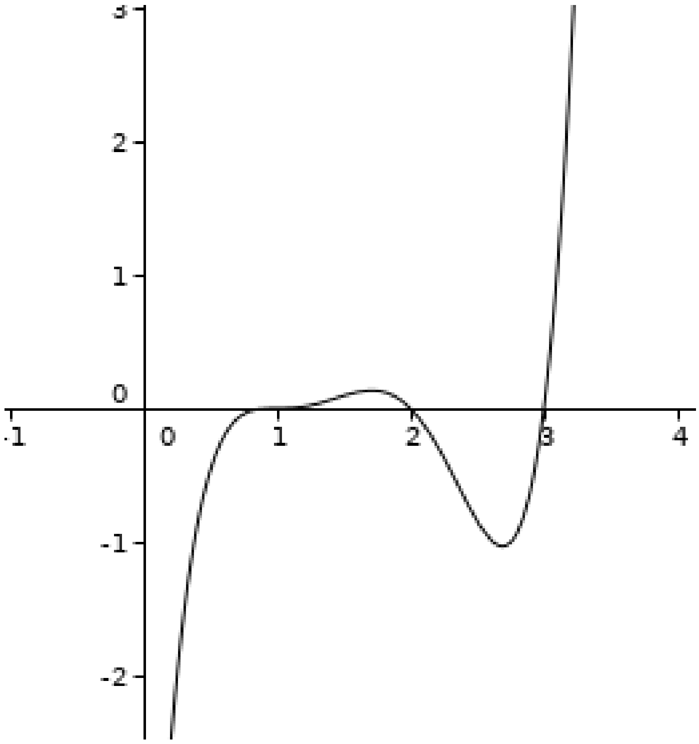
A. $+\infty$

B. 1

C. 0

D. e

Question 58 On considère une fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$. La représentation graphique de la fonction dérivée f' est donnée ci-dessous.



Parmi les affirmations suivantes, une seule d'entre elles est vraie, laquelle ?

A. $f(2) < f(3) < f(1)$

B. $f(3) < f(1) = f(2)$

C. $f(3) < f(1) < f(2)$

D. $f(1) < f(2) = f(3)$

Question 59 Que vaut la limite suivante

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sin(\cos(x)-1)}{x^2}?$$

A. $-\infty$

B. $-\frac{1}{2}$

C. 0

D. $+\infty$

Question 60 On considère l'équation d'inconnue réelle x suivante :

$$|x-3| < |x-1|.$$

L'ensemble des solutions réelles de cette équation est :

A. $]2,3]$

B. $]2,+\infty[$

C. $\emptyset$

D. $\mathbb{R}$